

**Prüfung zu Lehrveranstaltung
708.031 Datenstrukturen und Algorithmen
GRUPPE A**

Es sind keinerlei Unterlagen oder Hilfsmittel erlaubt. Es dürfen nur einzelne, lose Blätter verwendet werden! Auf jedem Blatt muss der Name und die Matrikelnummer angegeben werden! Reine Arbeitszeit beträgt 90 Minuten. *Viel Erfolg!*

1. Asymptotische Schranken (8 Punkte)

Achtung: Antworten ohne Begründung werden **NICHT** berücksichtigt. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

- a.) Eine Algorithmus, der eine Laufzeit $T(n) = \Theta(n^c)$ besitzt, hat immer einen Speicherbedarf von $S(n) = \Omega(n^c)$ für $c > 1$.
- b.) Es kann kein Sortieralgorithmus existieren, welcher eine Laufzeit von $\Omega(\log n)$ besitzt.
- c.) Es existiert ein Algorithmus, welcher eine Laufzeit von $O(n^{\frac{1}{3}} \cdot \log n)$ besitzt und einen Speicher von $\Omega(n^2)$ benötigt.
- d.) Jeder Algorithmus mit einer Laufzeit $T(n) = \Theta(\frac{1}{c} \cdot n^c)$ mit $c > \pi$ ist auch $T(n) = \Omega(\frac{1}{c} \cdot \log_c n)$.

2. Hashtabellen (12 Punkte)

- a.) Erklären Sie **ausführlich** (mit Skizze) das Prinzip der Gestreuten Speicherung.
- b.) Begründen Sie, ob folgende Hashfunktionen geeignet sind, wobei w der Schlüssel und m die Größe der Hashtabelle ist:
 - i.) $h(w) = w \bmod (m + 1)$
 - ii.) $h(w) = \lfloor \frac{m}{2} \cdot (\text{frac}(w \cdot m)) \rfloor$
 - iii.) $h(w) = \lfloor m \cdot (\frac{w}{\pi} - \lfloor \frac{w}{\pi} \rfloor) \rfloor$
- c.) Erklären Sie das Prinzip der Überläuferlisten und **leiten** Sie die zu *erwartende* Laufzeit ab.

3. Sortieralgorithmen (8 Punkte)

- a.) Schreiben Sie eine Pseudocode zum *randomisierten Quicksort* und erklären Sie ihn in klaren Worten. Welchen Vorteil besitzt die randomisierte Version zu einer nicht randomisierten?
- b.) Leiten Sie Schritt für Schritt die untere Laufzeitschranke für vergleichende Sortierverfahren ab.
- c.) Erklären Sie die Begriffe *adaptive* und *worst-case optimal* in Bezug auf Sortieralgorithmen und nennen Sie je einen Algorithmus an, welcher diese Eigenschaften besitzt.

4. Bäume (12 Punkte)

- a.) Wie sind (2-4)-Bäume definiert?
- b.) Wie ist das Problem der *mischbaren Warteschlange* definiert? Zeigen Sie eine effektive Implementation (**Pseudocode**, **Laufzeiten** und **Beschreibung**) mit (2,4)-Bäumen.
- c.) Fügen Sie folgende Werte in einen (2-4)-Baum ein: 65, 2, 25, 37, 38, 5, 8, 12, dann 8 entfernen und 15, 13 einfügen und 5 entfernen. Zeichnen Sie **jeden** einzeln Schritt und kommentieren Sie diese.