

Name		Matr.Nr.:	
$\Sigma$		Note:	

Helmut Hauser  
05.10.2009

## Prüfung zu Lehrveranstaltung 708.031 Datenstrukturen und Algorithmen

Es sind keinerlei Unterlagen oder Hilfsmittel erlaubt. Es dürfen nur einzelne, lose Blätter verwendet werden! Auf jedem Blatt muss der Name und die Matrikelnummer angegeben werden! Reine Arbeitszeit beträgt 90 Minuten.

### 1. Asymptotische Schranken (10 Punkte)

- a.) Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen (Achtung: Antworten ohne richtige Begründung erhalten **keine** Punkte!)
  - i.) Es existiert kein Suchalgorithmus welcher eine Laufzeit von  $O(\sqrt{n} \cdot \sqrt{n})$  im worst case besitzt.
  - ii.) Jeder Algorithmus, welcher einen Speicher von  $\Theta(n)$  benötigt, ist schneller als ein Algorithmus, welcher einen Speicher von  $\Omega(n^3)$  benötigt.
  - iii.) Es existiert ein Algorithmus welcher eine Laufzeit von  $O(n \cdot \log n)$  und einen Speicher von  $\Omega(n^2)$  benötigt.
  - iv.) Jeder Algorithmus mit einer Laufzeit  $T(n) = \Theta(n^{2c})$  mit  $c > \pi$  ist auch  $T(n) = \Omega(\log_c n)$ .
- b.) Lösen Sie folgende Rekursion (ohne die Verwendung der *Master Methode*):  
 $T(n) = O(n^2) + 2T(\frac{n}{2}), T(1) = O(1)$

### 2. Gestreute Speicherung(10 Punkte)

- a.) Erklären Sie das Grundprinzip (mit Skizze) der gestreuten Speicherung. Wann kommt es zu Kollisionen?
- b.) Erklären Sie die Divisions- und die Multiplikationsmethode und definieren Sie die ideale Hashfunktion.
- c.) Erklären Sie ausführlich wie Überläuferlisten funktionieren. Zeigen Sie, wie der worst case unter der Verwendung einer idealen Hashfunktion aussieht. Wie lautet die Laufzeit für Suchen ( $w \in T$ ) in diesem Fall?

### 3. Sortieralgorithmen (10 Punkte)

- a.) Erklären Sie **ausführlich** mit eigenen Worten das Prinzip von *Partition* und die Anwendung in *Quicksort*. Welche Verbesserung bringt eine **randomisierte** Version von *Quicksort*?
- b.) Erklären Sie **ausführlich** das Entscheidungsbaummodell und leiten Sie davon die untere Laufzeitschranke für vergleichende Sortierverfahren ab.
- c.) Was bedeutet *adaptiv* für Sortieralgorithmen. Erklären Sie, wie man (2,4)-Bäume verwendet (Struktur und Grundidee), um einen adaptiven Sortieralgorithmus zu erhalten. Laufzeit  $T(n)$ ?

### 4. Richtig oder Falsch (10 Punkte)

Stimmen folgenden Aussagen? Beachten Sie, dass es Punkte nur bei richtiger Antwort **MIT** richtiger Begründung gibt.

- a.) Es existiert ein optimaler, präfix-freier Binärkode mit den Kodewortelängen 2,2,3,3,3,4,5,5.
- b.) Der randomisierte Quicksort ist für alle möglichen Inputs (Annahme: ganzzahlig und es kommen keine Werte mehrfach vor) immer schneller als der nicht randomisierte Quicksort.
- c.) Eine ideale Hashfunktionen liefert immer einen Index zurück, welcher zu keiner Kollisionen führt.
- d.) Die Interpolationssuche ist immer schneller als die Binärsuche bei der Suche in sortierten linearen Feldern.
- e.) Es existiert ein Suchalgorithmus, welcher in vorsortierten linearen Feldern einen Speicherbedarf von  $S(n) = O(\sqrt{n})$  besitzt.