Name		MatrkNr.:	
$\sum$	Note:		

Helmut Hauser
30.11.2009

Prüfung zu Lehrveranstaltung 708.031 Datenstrukturen und Algorithmen

Es sind keinerlei Unterlagen oder Hilfsmittel erlaubt. Es dürfen nur einzelne, lose Blätter verwendet werden! Auf jedem Blatt muss der Name und die Matrikelnummer angegeben werden! Reine Arbeitszeit beträgt 90 Minuten.

1. Asymptotische Schranken (10 Punkte)

a.) Gegeben sind zwei Funktionen $f(n) = e^{C_1 n} \cdot \sin(n) + \pi$ und $g(n) = C_1 \sin(n) + \pi$. Zeigen Sie für welche Werte für $C_1 \in \mathbb{R}$ folgende Aussage stimmt: $f(n) = O(g(n))$.

b.) Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen (Achtung: Antworten ohne richtige Begründung erhalten **keine** Punkte!).

i.) Es existiert ein Algorithmus welcher eine Laufzeit von $O(\frac{n}{3} \cdot log\ n)$ besitzt und einen Speicher von $S(n) = \Omega(n^2)$ benötigt.

ii.) Jeder Algorithmus mit einer Laufzeit $T(n) = \Omega(n \cdot log_c n)$ mit $c > 1$ ist auch $T(n) = \Theta(n^{2c})$.

c.) Definieren Sie in klaren Worten und einer mathematischen Formulierung die Θ-Notation (**mit Skizze!**).

d.) Lösen Sie folgende Rekursion $T(n) = O(n^3) + 3T(\frac{n}{3})$, $T(1) = O(1)$

2. Halden (10 Punkte)

a.) Erklären Sie **ausführlich** wie Halden definiert sind. Wie lautet die Haldenbedingung?

b.) Schreiben Sie einen Pseudocode zum Verhaldungsprozess? Führen Sie eine **Laufzeitanalyse** durch.

c.) Leiten Sie **Schritt für Schritt** eine enge Laufzeitschranke für BAUE_HALDE ab.

3. (2,4)-Bäume (10 Punkte)

a.) Wie ist das Problem der **mischbaren Warteschlange** definiert? Zeigen Sie eine effektive Implementation (**Pseudocodes**, **Laufzeiten** und **Beschreibung**) mit (2,4)-Bäumen.

b.) Zeigen Sie **ausführlich** (mit Skizzen), dass die Höhe eines (2,4)-Baums $h = \Theta(\log n)$ ist.

c.) Erklären Sie das Prinzip, wie man mithilfe von (2,4)-Bäumen einen adaptiven Sortieralgortihmus implementiert. Wie lautet die Laufzeit in diesem Fall?

4. Richtig oder Falsch (10 Punkte)

Stimmen folgenden Aussagen? Beachten Sie, dass es Punkte nur bei richtiger Antwort **MIT** richtiger Begründung gibt.

a.) Insertionsort ist für jede beliebige Eingangsfolge langsamer als Mergesort.

b.) In einer Hashtabelle mit Überläuferlisten kommt es zu keiner Kollosion, solange $\alpha < 1$.

c.) Ein Binärbaum (d.h., maximal zwei Söhne) hat eine garantiert logarithmische Höhe ($h = O(\log n)$), wenn er in SR sortiert ist.

d.) Radixsort ist für jede beliebige Eingangsfolge schneller als der Quicksort.

e.) Ein Binärbaum zur Darstellung eines optimalen, präfixfreien Kodes nach Huffman ist immer ein ausgeglichener Baum.

Viel Erfolg!