

Name		Matr.-Nr.:	
$\Sigma$	Note:		

DI Stefan Klampfl  
11.10.2010

## Prüfung zur Lehrveranstaltung 708.031 Datenstrukturen und Algorithmen

Es sind keinerlei Unterlagen oder Hilfsmittel erlaubt. Es dürfen nur einzelne, lose Blätter verwendet werden! Auf jedem Blatt muss der Name und die Matrikelnummer angegeben werden! Reine Arbeitszeit beträgt 90 Minuten.

### 1. Asymptotische Schranken (10 Punkte)

- a.) Definieren Sie in einer mathematischen Formulierung sowohl die  $O$ -Notation als auch die  $\Omega$ -Notation (mit Skizze). Erklären Sie Ihre Definitionen auch mit eigenen Worten.
- b.) Lösen Sie die folgende rekursive Zeitgleichung durch iteratives Einsetzen:  $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + n \log n$ , mit  $T(1) = O(1)$ .
- c.) Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen (Antworten ohne richtige Begründung erhalten **keine** Punkte!):
  - i.) Es existiert kein Algorithmus, welcher eine Laufzeit von  $\Omega(\sqrt{n})$  und  $O(\log n)$  besitzt.
  - ii.) Es existiert eine Funktion  $f(n)$ , sodass  $f(n) = O(n^{\log 5})$  und  $f(n) \neq O(5^{\log n})$ .

### 2. Halden (10 Punkte)

- a.) Definieren Sie die Datenstruktur Halde. Wie lautet die Haldenbedingung? Erklären Sie in Worten, was man unter dem Verhalten eines Elementes versteht, und zeigen Sie die Funktionsweise anhand eines Beispiels. Geben Sie eine Laufzeitschranke für das Verhalten an.
- b.) Wie kann man eine Halde möglichst effizient aufbauen? Beschreiben Sie die Vorgangsweise und begründen Sie, warum Ihr Algorithmus eine Halde liefert. Leiten Sie eine **enge** Laufzeitschranke ab.
- c.) Zeigen Sie, wie man mit Hilfe von Halden einen Sortieralgorithmus implementieren kann und begründen Sie seine Laufzeit.

### 3. Gestreute Speicherung (10 Punkte)

- a.) Erklären Sie das Grundprinzip der gestreuten Speicherung (mit Skizze). Was ist der Belegungsfaktor  $\alpha$ ? Wann kommt es zu Kollisionen und wie können diese behandelt werden (2 Methoden)?
- b.) Erklären Sie die Divisions- und Multiplikationsmethode. Geben Sie die Bedingung für eine ideale Hashfunktion an.
- c.) Leiten Sie den **erwarteten** Suchaufwand in einer Hashtabelle  $T$  mit Überlauferlisten her. Betrachten Sie dabei getrennt die Fälle (i)  $w \notin T$  und (ii)  $w \in T$ . Wie groß ist der Suchaufwand im worst-case und warum?

### 4. Richtig oder Falsch (10 Punkte)

Stimmen die folgenden Aussagen? Beachten Sie, dass es nur bei richtiger Antwort **mit** richtiger Begründung Punkte gibt.

- a.) Es existiert ein optimaler, präfix-freier Binärcode mit den Codewortlängen 1, 2, 3, 4, ..., 2008, 2009, 2010.
- b.) (2-4)-Bäume haben eine garantierte Höhe von  $h = \Theta(\log n)$  ist ( $n$  ist die Anzahl der Blätter).
- c.) Der randomisierte Quicksort ist ein adaptiver Sortieralgorithmus.
- d.) Die Interpolationssuche ist immer schneller als die Binärsuche.
- e.) Bei einem Binärbaum, der in Hauptreihenfolge absteigend sortiert ist, steht das Maximum immer in der Wurzel.

*Viel Erfolg!*