

Name		Matr.-Nr.:	
$\Sigma$	Note:		

DI Stefan Klampff  
08.02.2011 – Gruppe A

## Prüfung zur Lehrveranstaltung 708.031 Datenstrukturen und Algorithmen

Es sind keinerlei Unterlagen oder Hilfsmittel erlaubt. Es dürfen nur einzelne, lose Blätter verwendet werden! Auf jedem Blatt muss der Name und die Matrikelnummer angegeben werden! Reine Arbeitszeit beträgt 90 Minuten.

### 1. Asymptotische Schranken (10 Punkte)

- a.) Definieren Sie in einer mathematischen Formulierung sowohl die  $O$ -Notation als auch die  $\Theta$ -Notation. Erklären Sie Ihre Definitionen jeweils auch mit eigenen Worten anhand einer Skizze.
- b.) Lösen Sie die folgende rekursive Zeitgleichung durch iteratives Einsetzen:  $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + n^2$ , mit  $T(1) = O(1)$ .
- c.) Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen (Antworten ohne richtige Begründung erhalten **keine** Punkte!):
  - i.) Es existiert ein Algorithmus, welcher eine Laufzeit von  $O(\log n)$  und  $\Omega(\sqrt{n})$  besitzt.
  - ii.) Die Funktion  $g(n) = n!$  ist  $O(n^n)$ .

### 2. Halden (10 Punkte)

- a.) Definieren Sie die Datenstruktur Halde. Wie lautet die Haldenbedingung? Erklären Sie in Worten, was man unter dem Verhalten eines Elementes versteht, und zeigen Sie die Funktionsweise anhand eines Beispiels. Geben Sie eine Laufzeitschranke für das Verhalten an und begründen Sie diese.
- b.) Wie kann man eine Halde möglichst effizient aufbauen? Beschreiben Sie die Vorgangsweise und begründen Sie, warum Ihr Algorithmus eine Halde liefert. Leiten Sie eine **enge** Laufzeitschranke ab.
- c.) Zeigen Sie, wie man Halden als Warteschlangen mit Prioritäten verwenden kann. Welche Operationen müssen implementiert werden? Erklären Sie, wie diese Funktionen an einer Halde ausgeführt werden können und geben Sie deren Laufzeiten an.

### 3. Sortieren (10 Punkte)

- a.) Erklären Sie ausführlich mit eigenen Worten das Prinzip von *Partition* (Zerlegen von Feldern) und die Anwendung in *QuickSort*. Welche Verbesserung bringt eine *randomisierte* Version von *QuickSort*?
- b.) Leiten Sie die Laufzeit von *QuickSort* für den besten Fall und den schlechtesten Fall her. Wie lautet die durchschnittliche Laufzeit?
- c.) Was bedeuten die Begriffe *worst-case optimal* und *in-place* im Zusammenhang mit Sortierverfahren?

### 4. Richtig oder Falsch (10 Punkte)

Stimmen die folgenden Aussagen? Beachten Sie, dass es nur bei richtiger Antwort **mit** richtiger Begründung Punkte gibt.

- a.) Der worst-case der Interpolationssuche ist auch der worst-case von *FastSearch*.
- b.) Eine ideale Hashfunktion kann auch Kollisionen liefern, wenn  $\alpha < 1$ .
- c.) Bei einem Binärbaum, der in Hauptreihenfolge aufsteigend sortiert ist, steht das Minimum immer in der Wurzel.
- d.) Es existiert ein optimaler, präfix-freier Binärcode mit den Codewortlängen 1, 2, 3, 4, ..., 2009, 2010, 2011.
- e.) (2-4)-Bäume haben eine garantierte Höhe von  $h = \Theta(\log n)$  ist ( $n$  ist die Anzahl der Blätter).

Viel Erfolg!